Práticas de Formação: parcerias e experiências de Ensino e de Aprendizagem

PRÁTICA DE FORMAÇÃO RESGATE SUA MATEMÁTICA BÁSICA: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Alexandre Monteiro da Silva[1]

1. Introdução

As atividades de *Práticas de Formação* constituem-se em componente curricular obrigatório de todos os cursos de graduação da PUC-Campinas e são classificadas como atividades complementares e/ou suplementares, visando promover a formação humanística e integral do acadêmico, contribuir para a viabilização de projetos educacionais diferenciados, promover a integração dos alunos dos diferentes cursos de graduação e promover atividades diversificadas que possibilitem um bom balanceamento entre a teoria e a prática.

Uma preocupação natural na elaboração do plano de disciplina da prática de formação *Resgate sua Matemática Básica* foi primeiramente decidir quais seriam as competências e habilidades a serem desenvolvidas que seriam contempladas como objetivos específicos. Logicamente que as turmas de Prática de Formação, de um modo geral, são formadas por alunos de diferentes cursos de graduação, das diferentes áreas, portanto pareceu razoável considerar as seguintes competências que, no fundo, já são competências previstas nas diretrizes curriculares de alguns cursos de graduação:

• Capacitar o aluno a analisar, sintetizar, criticar, construir hipóteses dentro do contexto da prática de formação;

• Capacitar o aluno a compreender e usar corretamente as diferentes técnicas e métodos de resolução de problemas;

• Relacionar o conteúdo da disciplina com temas contextualizados e atuais problematizados em forma de situações problema;

• Capacitar o aluno a trabalhar em equipes e administrar conflitos;

Considerou-se também como objetivo nesta prática de formação o resgate de conceitos matemáticos fundamentais abordados no ensino fundamental e principalmente no ensino médio, oferecendo subsídios para as disciplinas dos períodos seguintes e, ao mesmo tempo, objetivando a aplicação destes conceitos.

[1] Mestre em Matemática Aplicada, Docente do Curso de Matemática e Membro da Equipe de Estudos, Avaliação e Planejamento (EEAP) do Centro de Ciências Exatas, Ambientais de Tecnologias

O critério de avaliação da Prática de Formação *Resgate sua Matemática Básica* considerou como exigência mínima para aprovação a entrega de pelo menos 70% das listas de exercícios e trabalhos solicitados.

As aulas da prática de formação *Resgate sua Matemática Básica* consistiram de aulas expositivas e do desenvolvimento de atividades em equipes. Estas atividades eram compostas por um conjunto de problemas cujas soluções matemáticas exigiam o amadurecimento de alguns conceitos e técnicas abordadas em aulas anteriores e algumas competências tais como identificar, construir hipóteses, administrar conflitos e estabelecer relações. O professor atuou como mediador, auxiliando os alunos a buscarem as respostas dos problemas. No último dia de aula houve a oficina de Práticas de Formação, em que alunos matriculados em outras Práticas de Formação poderiam participar da oficina. Nesta oficina houve a implementação de atividades em grupos, onde as atividades propostas envolveram a resolução de problemas semelhantes aos problemas abordados ao longo do curso.

2. Descrição das Atividades da Prática de Formação Resgate sua Matemática Básica.

As primeiras aulas da prática de formação Resgate sua Matemática Básica consistiram de aulas expositivas que cobriram assuntos de matemática básica e abordagem de questões envolvendo aspectos fundamentais de propriedades de números e regras aritméticas e algébricas referente ao ensino fundamental, como por exemplo:

- Conjuntos numéricos.
- Operações com frações.
- Propriedades de potenciação e radiciação dos números reais.
- Uso da linguagem algébrica.
- Transformação de afirmações verbais em expressões algébricas.
- Tradução de afirmações verbais em equações.
- Resolução de equações simples pelo uso de operações inversas.
- Resolução de equações de primeiro grau.
- Resolução de equações envolvendo frações
- Polinômios e suas operações.

À medida em que os assuntos eram desenvolvidos e os exercícios eram resolvidos pelos alunos, o professor procurava intercalar atividades de cunho explotarório e atividades de resolução de problemas, onde eram formados grupos de quatro ou cinco alunos. Nestas atividades em grupo, o professor propunha um problema, ou uma situação-problema para os alunos. Os alunos interagiam trocando idéias e experiências em um processo colaborativo, sob a mediação do professor, para depois compartilharem as soluções obtidas dos problemas propostos com os colegas de demais grupos.

As atividades exploraram questões que abordaram situações-problema, interpretação de textos e resolução de problemas sempre objetivando o desenvolvimento da clareza, da coerência e estratégias argumentativas. Para cobrir também temas previstos nas diretrizes curriculares do ENADE, que dizerm respeito à formação geral do aluno, houve uma preocupação em formular questões que contemplassem temas como sociodiversidade, biodiversidade e problemáticas contemporâneas em geral.

De fato, para cumprir com cronograma previsto de atividades atendendo às 17 horas, o professor concentrou as atividades em grupo em quatro principais temas da matemática básica: a aritmética, a álgebra, a teoria de conjuntos e funções matemáticas. Apresentaremos uma breve descrição e um breve relato de duas atividades que foram bem repercutidas entre os alunos.

2.1 Uma Atividade de Aritmética desenvolvida na Prática de Formação

Vários problemas de aritmética foram considerados nesta Prática de Formação, mas para as atividades em grupo foram selecionados problemas especialmente interessantes que exploravam competências tais como a organização do pensamento matemático, identificação e contrução de hipóteses e a capacidade de relacionar conceitos e propriedades. A seguir, apresentamos um problema colocado em uma das atividades propostas em uma dinâmica em grupo:

"Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes de um torneio de futebol. Entre os baianos, 2/5 são homens, entre os mineiros, 3/7 são mulheres. Entre todos os estudantes quantas são as mulheres."

De fato, num primeiro momento foi solicitado aos alunos que identificassem as variáveis envolvidas no problema, grifando no texto as palavras que diziam respeito às variáveis envolvidas. Neste processo de identificação das variáveis, os alunos notaram a existência de classes e que as variáveis, no fundo, eram representantes destas classes. Uma classe é representada matematicamente por um conjunto onde cada elemento possui o atributo ou propriedade que caracteriza aquela classe.

Por exemplo, os estudantes que eram transportados pelo ônibus é uma classe. Dentro desta classe ainda existem: a classe dos estudantes que são baianos e a classe dos estudantes que são mineiros. Cada uma destas classes, por sua vez, contém as classes de estudantes mulheres e de estudantes homens.

Percebendo no texto a existência de classes, os alunos perceberam a necessidade de utilizar a técnica de organização da situação utilizando a linguagem de conjuntos.

Uma característica interessante e particular destas classes é que elas são classes disjuntas, ou seja, não possuem elementos em comum. Obviamente não pode existir um estudante que é baiano e mineiro ao mesmo tempo. E nem um estudante que possua ambos os sexos. Portanto o primeiro passo na resolução deste problema foi o desenho dos diagramas representando as classes envolvidas, como podemos observar na Figura 1.

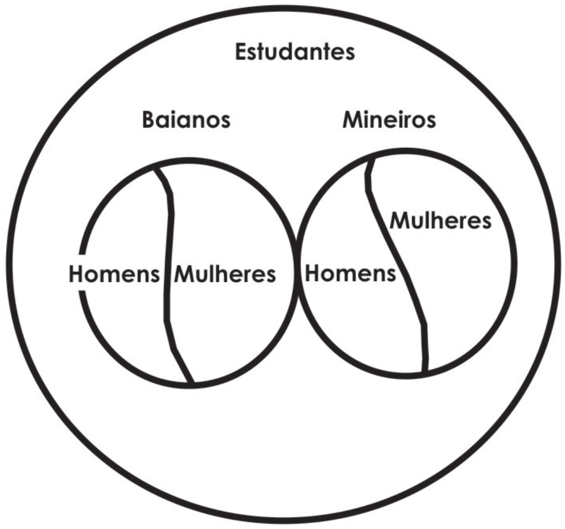

Figura 1. Representação de cada classe de estudantes pelo Diagrama de Venn.

O desenho através de diagramas é um procedimento que deve anteceder qualquer cálculo. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 1998) – PCN de Matemática, o pensamento matemático desenvolve-se inicialmente pela visualização.

A visualização é considerada como um processo de formação de imagens, usada com a finalidade de obter um melhor entendimento matemático da situação problema e estimular o processo da descoberta matemática.

Foi solicitado a cada grupo que um representante mostrasse e explicasse a configuração final dos diagramas de Venn obtida. As idéias e os argumentos foram compartilhados coletivamente à medida em que surgiam.

O segundo passo na resolução do problema, diz respeito à identificação das hipóteses.

O processo de identificação das hipóteses já é um passo inicial na organização e no uso da linguagem matemática. De fato cada classe é caracterizada por elementos que possuem mesmo atributo. Ou seja, podemos pensar em uma variável representando elementos de uma classe. As variáveis, na linguagem matemática, são representadas por letras minúsculas. Cada grupo ficou responsável por relacionar todas as variáveis envolvidas nas classes principais.

Um padrão de respostas que se observou foi:

t = número total de estudantes.

x = número total de estudantes baianos.

y = número total de estudantes mineiros.

De fato as variáveis são utilizadas para representar quantidades. Desta maneira os alunos deveriam atribuir os valores numéricos, que apareciam no enunciado do problema, às variáveis.

A partir do enunciado, tem-se que o número total de estudantes é igual ao número de estudantes baianos somado com o número de estudantes mineiros. Matematicamente tem-se que:

$$t = x + y;$$

O próximo passo, diz respeito à identificação e construção de hipóteses. Os alunos foram orientados a escrever, na forma de itens, cada uma das hipóteses que possivelmente envolvessem as variáveis do problema. Conforme podemos observar abaixo:

- número total de estudantes: t = 31;
- 2/5 dos baianos são homens.
- 3/7 dos mineiros são mulheres.

Algumas hipóteses estão implícitas no enunciado. Por exemplo, quando é mencionado no texto a informação de que 2/5 dos baianos são homens. O aluno precisava notar primeiramente que a quantidade de baianos deveria ser representada por um número inteiro positivo, e também que a quantidade de mineiros deveria ser representada por um número inteiro positivo. Para que esta exigência fosse cumprida, a hipótese de que 2/5 dos baianos são homens e a hipótese de que 3/7 dos mineiros são mulheres deveriam ser usadas. Mas afinal, quem são estes números inteiros e como usar estas hipóteses ?

Foi solicitado a cada grupo que escrevesse uma frase que justificasse a necessidade de se usar as hipóteses para se determinar a quantidade de mineiros e baianos.

Apenas dois grupos exibiram uma resposta aceitável. Uma razão que talvez explique este fato é que ao utilizar a hipótese de que 2/5 dos baianos são homens, o aluno precisaria recorrer a uma propriedade elementar dos números naturais, ou seja, como a quantidade de baianos que são homens deve ser um número inteiro, isto significa que o número de baianos precisa necessariamente ser um número múltiplo de 5.

Similarmente, ao usar a hipótese de que 3/7 dos mineiros são mulheres, o aluno deveria concluir que o número de mineiros deveria ser múltiplo de 7. Observamos que os alunos apresentaram dificuldades em identificar hipóteses que não estão explícitas no enunciado do problema.

Como o número total de estudantes não pode superar o número total de estudantes igual a 31, então foi solicitado aos alunos que produzissem uma tabela com duas colunas, em que a primeira coluna, representando o número de baianos, tivesse números menores do que 31 e divisíveis por cinco e a segunda coluna, representando o número de mineiros, tivesse números menores do que 31 e divisíveis por 7, como pode ser observado na Tabela 1.

Baianos	Mineiros
5	7
10	14
15	21
20	28
25	
30	

Tabela 1. Possibilidades de estudantes baianos e estudantes mineiros.

Foi pedido para os alunos que fizessem a correspondência correta entre o número da primeira coluna e o número da segunda coluna de modo que a soma dos dois números fosse igual a 31.

Os alunos foram orientados pelo professor a não testarem todas as possibilidades, porque de fato era possível usar propriedades de números primos que determinariam a escolha da combinação correta de modo mais rápido.

Foi solicitado a cada grupo que dispendesse no máximo 5 minutos para pensar em qual estratégia simplificadora deveria ser adotada.

Não houve uma resposta aceitável para esta pergunta, então o professor, como mediador "lançou" uma dica. Para que pensassem sobre a propriedade de paridade de números.

Então, desta forma, os alunos naturalmente a partir desta dica, concluiram que o número 31 só poderia ser escrito como uma soma de um número par com um número ímpar, visto que o número 31, sendo um número primo, não poderia ser divisível por 2.

Sem grandes dificuldades os alunos concluiram que a única escolha possível era considerar o número 31 como soma do número 10 com o número 21.

Então o número total de estudantes baianos é igual a 10, ou seja, x=10. O número total de estudantes mineiros é igual a 21, ou seja, y=21.

Para determinar a quantidade total de mulheres, os alunos deveriam recorrer as hipóteses. Sem dificuldades, cada grupo produziu as contas:

número de mulheres $= (3/5) \times x + (3/7) \times y$;

$= (3/5) \times 10 + (3/7) \times 21$;

$= 6 + 9$;

$= 15$;

Ou seja, o total de mulheres estudantes é igual a 15.

Percebemos que a resolução deste problema de aritmética exigiu que os alunos desenvolvessem competências tais como formular e identificar hipóteses, inclusive hipóteses que estavam implícitas no problema e que diziam respeito essencialmente às propriedades aritméticas de números e de números primos. Desenvolveram habilidades de fazer contas envolvendo frações e trabalho em equipe.

Este tipo de atividade em grupo possibilitou que os alunos explorassem o conteúdo de forma colaborativa compartilhando idéias, levantando incertezas, que naturalmente incentivaram a busca por novas compreensões.

2.2 Uma Atividade sobre Funções Matemáticas desenvolvida na Prática de Formação

O tema de funções é especialmente importante quando olhamos este assunto como subsídio para as disciplinas de cálculo dos diferentes períodos de cursos de graduação. De fato, nesta prática de formação, procurou-se caracterizar o conceito de função essencialmente como uma relação de dependência entre variáveis. Explorou-se as diversas formas de representação de uma função, tais como o gráfico, a tabela e as fórmulas matemáticas. Um enfoque especial foi dado à modelagem de problemas de otimização e problemas de economia através de funções.

Um problema que foi atribuído em uma das atividades em grupo considerou a seguinte situação:

“ Um fazendeiro tem 2400 metros de cerca para cercar um campo retangular aproveitando a margem de um rio como um dos lados (o qual não receberá cerca). Ele deseja resolver este problema matematicamente e quer saber qual é a expressão matemática da área do cercado em função de apenas um de seus lados?

Num primeiro momento, foi solicitado a cada grupo que grifassem no texto do enunciado as palavras que representavam as variáveis envolvidas no problema.

De fato nota-se que este passo é preponderante para o prosseguimento na resolução do problema e muitos alunos apresentam dificuldades em identificar quais são as variáveis do problema. No fundo, o que o aluno precisa fazer é uma tradução da linguagem verbal para a linguagem algébrica.

Percebendo que alguns grupos apresentavam dificuldades na execução desta tarefa, o professor pediu para que os alunos fizessem um desenho da situação, em outras palavras, desenhassem o cercado e o rio, tal como é exibido na Figura 2.

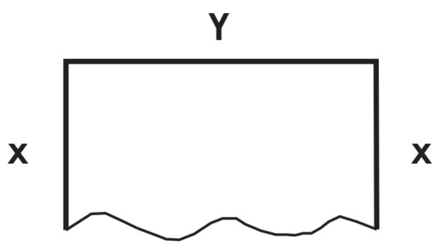

Figura 2. Representação do cercado e do rio envolvidos no problema

Os alunos notaram que a partir do desenho as variáveis do problema apareciam naturalmente:

x - um lado do cercado

- outro lado do cercado

- área do cercado

Na verdade estas variáveis dizem respeito aos lados do cercado e a área do cercado, que dependem fundamentalmente das medidas dos lados do cercado. Os alunos, de um modo geral, consideraram a letra A para representar a variável área.

De fato o desenho torna as idéias elucidativas sobre o que acontece no problema. Pergunta-se qual é a expressão matemática da área do cercado em função de apenas um de seus lados?

Após o passo de identificação das variáveis envolvidas no problema, os alunos tiveram que identificar no texto quais eram as hipóteses. Cada grupo se responsabilizou por produzir uma lista contendo cada hipótese na forma de itens:

1. O cercado é retangular.
2. O comprimento da cerca é igual a 2400 metros.

   $\Rightarrow x + y + x = 2400$

3. Uma hipótese implícita no problema é a fórmula da área de um retângulo:

   $A = x\,.\,y;$

Ao acompanhar a discussão dos alunos grupo a grupo, o professor notava que as idéias e os argumentos eram compartilhados coletivamente no processo de levantamento de hipóteses.

Com as hipóteses estabelecidas, os alunos partiram para a resolução do problema, ou seja, se concentraram no problema de encontrar a área A em função de apenas um dos lados do cercado. A exigência de relacionar a variável A com uma variável lado simplesmente fez com que os alunos recorressem a hipótese do comprimento da cerca.

Basicamente os alunos perceberam que precisavam isolar a variável y na equação da hipótese do comprimento da cerca em função da variável x e finalmente substituir o resultado na fórmula da área exibida na hipótese 3 chegando no resultado:

$$A(x) = x \cdot (2400 - 2x).$$

Ou seja, além de desenvolver a habilidade de identificar e construir hipóteses, os alunos desenvolveram a habilidade de manipular equações algebricamente e estabelecer relações entre hipóteses.

A partir da resolução deste problema, abriu-se um caminho natural para a problematização por meio das seguintes perguntas:

- Qual é o intervalo de variação da medida de tal lado?
- Quais devem ser as medidas dos lados do cercado para que a área seja máxima?
- Se a margem do rio fosse cercada, você acredita que haveria mudanças significativas nas medidas dos lados do cercado de modo que a área fosse *máxima* ?

Os grupos discutiram estas perguntas propuseram soluções e elas foram compartilhadas com todos os grupos.

3. Conclusão

A prática de formação *Resgate sua Matemática Básica* além de cumprir com o papel de resgatar os conceitos matemáticos fundamentais abordados no ensino fundamental e no ensino médio, objetivando a consolidação e a aplicação destes conceitos, de fato ela constitue um espaço para que o docente reveja seu papel, adotando em alguns momentos do curso certas metodologias que possibilitem a integração dos alunos de diferentes cursos de graduação e o trabalho coletivo dos alunos na resolução de problemas.

O trabalho colaborativo em grupo de alunos demonstrou-se muito interessante pois linhas distintas de raciocínio surgiam e algumas delas se complementavam. A possibilidade de ouvir os alunos explicarem suas idéias, apresentarem verbalmente e por escrito suas soluções às atividades propostas, permitiu que eles se posicionassem livremente em um ambiente de produção colaborativa de significados.

A implementação da oficina no último dia de aula, possibilitou maior interação entre os alunos, pois alunos de outras Práticas de Formação puderam participar da oficina e serem auxiliados pelos alunos já matriculados na prática de formação *Resgate sua Matemática Básica*. Uma característica interessante que foi observada é que por conta das atividades em grupo, alunos dos cursos de engenharia que em geral se apresentavam mais introspectivos no começo do curso, no final já apresentavam uma diminuição da timidez, conversavam e compartilhavam idéias com alunos de outros cursos de graduação.

Espera-se futuramente na disciplina de Práticas de Formação *Resgate sua Matemática* abordar problemas relacionados a processos importantes na sociedade e explorar outras metodologias, tais como seminários de textos, para despertar o interesse dos participantes para determinado assunto e também para que o aluno repense sua atuação nos processos de ensino e aprendizagem visto que é necessário gerenciar o tempo de uma atividade e administrar conflitos.

4. REFERÊNCIAS

BORBA, M.C.; VILLARREAL, M.E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation**. New York: Springer, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria Fundamental de Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília:MEC/SEF,1998

FIORENTINI, D. **Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente?** In Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Ed. Autêntica, p-49-78. Belo Horizonte, 2006.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia.** 4ª ed, Papirus, 2008.

Práticas de Formação - Identidade sócio-político-cultural-Brasil-República-Rio