MODELAGEM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO AMBIENTAL: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

MATHEMATICAL MODELLING AND ENVIRONMENTAL EDUCATION: AN EXPERIMENT WITH JUNIOR HIGH SCHOOL STUDENTS

Denise Helena Lombardo FERREIRA[1]
Maria Lúcia Lorenzetti WODEWOTZKI[2]

Relato de Experiência

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo buscar compreender como ocorre a participação dos alunos, e quais elementos sociais e pedagógicos tornam-se presentes ao se abordar questões ambientais, na perspectiva do ensino-aprendizagem da Modelagem Matemática. A pesquisa foi desenvolvida numa abordagem qualitativa com alunos da 3a série do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Rio Claro, Estado de São Paulo. A ação pedagógica, desenvolvida na perspectiva de Modelagem Matemática, envolveu os temas Água, Lixo e Energia Elétrica, com a confecção de alguns modelos, dentre os quais, previsão do crescimento da população e construção da função para representar o valor pago pelo consumo de água e também da energia elétrica do município de Rio Claro. As questões ambientais vislumbraram um campo rico de aplicações, permitindo integrar a experiência do cotidiano dos alunos com a Matemática e proporcionando, ao mesmo

(1) Doutora em Educação Matemática pela UNESP, Rio Claro-SP. Professora Titular da Faculdade de Matemática da PUC-Campinas, SP.
(2) Professora Voluntária do DEMAC – Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação da UNESP, Rio Claro-SP. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP, Rio Claro-SP.

tempo, uma maior conscientização em relação aos problemas ambientais da sociedade atual.

***Palavras-chave**: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Educação Ambiental.*

ABSTRACT

This research has the objective of understanding how students' participation takes place, and which social and pedagogic elements are present, when environmental matters are approached from the standpoint of teaching and learning of Mathematical Modelling. The research was developed through a qualitative approach with students from Junior High Schools, in Public School in the town of Rio Claro, SP, Brazil. The pedagogic action, developed under the perspective of Mathematical Modelling included topics such as: Water, Waste, Electric Power and Deforestation, with the execution of some models, among which: population growth forecast and writing the mathematical function for calculating the amount to be paid for water and power consumption in the town of Rio Claro. Environmental subjects discerned a field that is rich in applications, allowing for the integration between students' day to day experiences with Mathematics and simultaneously creating a wider awareness towards contemporaneous society environmental problems.

***Key words**: Mathematics Education, Mathematical Modelling, Environmental Education.*

Introdução

Cada vez mais pode-se observar que o mundo passa por transformações profundas, sejam elas sociais, políticas, culturais ou econômicas. Tais transformações aprofundam uma exclusão social, desafiando assim o ambiente de ensino. A escola deve, pois, considerar e buscar atender tais desafios. Nessa direção, Candau (2000) entre outros, assinala que a escola deve ser um espaço de diálogo entre os diferentes saberes: científico, social, escolar, que incorpore a análise crítica, a capacidade reflexiva e que conceba a cidadania como uma prática social cotidiana. Essa escola idealizada é um espaço de busca e de desafio.

Contudo, no que se refere ao ensino de Matemática, na maioria das vezes os mesmos moldes de antigamente são seguidos. Em geral, são adotados livros com conteúdos desinteressantes, alienados do cotidiano dos alunos e pobres no uso das novas tecnologias.

Grande parte das escolas do Ensino Fundamental e Médio centraliza as suas preocupações em treinar seus alunos para passar no vestibular, e esse processo se estende também no Ensino Universitário com a preparação para o "Provão", gerando muitas vezes um grande temor dos alunos em relação à Matemática. O objetivo dos alunos passa a ser apenas estudar para serem aprovados nas provas, isto é, apenas repetir o que o professor ensina, sem desenvolverem o raciocínio, simplesmente decorando regras. Os alunos não questionam o que e como o professor ensina, eles tornam-se passivos, esperando o procedimento das regras sem exercerem o seu poder de criatividade.

É necessário despertar o aluno para uma Matemática mais dinâmica, reflexiva e crítica, que, através da investigação, da descoberta e da validação dos resultados, aponte caminhos para compreensão da realidade social, com possibilidades de atuar sobre ela, e que atenda também às gerações futuras. Assim, situar a Matemática no momento presente é situá-la num contexto de qualidade de vida, ressaltando a importância de se considerar os problemas matemáticos do cotidiano relacionados às questões ambientais.

Através da análise das questões ambientais de conseqüências locais, é possível estender o estudo para questões ambientais mais globais, que resultem em aplicações matemáticas, incorporando outros contextos culturais e geográficos, bem como a percepção dos alunos em relação a sua ocupação na situação global. Dessa forma, os alunos poderão compreender o rico universo da Matemática, suas aplicações e, ao mesmo tempo, sensibilizarem-se com as questões ambientais. Além disso, a partir do contato com a natureza, da divulgação de conhecimentos ecológicos e interpretação dos fenômenos naturais, os alunos perceberão naturalmente a necessidade de sua preservação.

Com esse objetivo, o desenvolvimento desse trabalho se deu com alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Rio Claro, envolvendo Modelagem Matemática aplicada às questões ambientais relacionadas a esse município, na tentativa de responder a seguinte questão:

Como se dá a participação dos alunos em atividades pedagógicas organizadas a partir de questões ambientais e abordadas na perspectiva da Modelagem Matemática?

A escola pública foi escolhida por ser um espaço onde se encontram, predominantemente, as classes menos favorecidas, por ocupar uma posição de destaque em relação aos mais variados problemas da educação nacional e, por isso mesmo se constituir em seu maior desafio.

Modelagem Matemática e Educação Ambiental

O mundo clama por cidadãos que sejam reflexivos e críticos. A escola, sendo uma das responsáveis pelo desenvolvimento de conhecimentos e habilidades intelectuais, motoras e sociais, assim como pela formação de atitudes e internalização de valores no aluno, deve ter a preocupação de mobilizá-lo para se tornar um aprendiz, um pesquisador, preocupando-se mais com a construção de competências do que com acúmulo de conhecimentos. Por exemplo, em relação à Matemática, o aluno deve ser encorajado a pensar, entender e usá-la como instrumento de interpretação da realidade. Sobre esse aspecto, D'Ambrósio (1993, p.35) esclarece: "*Há uma necessidade de os novos professores compreenderem a Matemática como uma disciplina de investigação. Uma disciplina em que o avanço se dá como conseqüência do processo de investigação e resolução de problemas*". Contudo, tal disciplina é tratada como algo pronto, alienada da evolução do mundo.

É preciso ajudar os alunos a ver criticamente a realidade cultural, social e política em que vivem. O desejável é substituir o grande acúmulo de conteúdo pelo questionamento, pela análise, pela validação das informações, pelo desenvolvimento de atitudes críticas em relação ao conhecimento adquirido, auxiliando dessa maneira a formação de um cidadão consciente, reflexivo e participativo.

E ainda, dada a grande importância da temática ambiental na atualidade, a junção da Matemática com questões ambientais pode proporcionar um maior interesse dos alunos pelo aprendizado dessa disciplina, além de torná-los mais conscientes, responsáveis e críticos no tocante a problemática ambiental.

Segundo Skovsmose (2001), um dos objetivos da Educação Matemática é habilitar os alunos em aplicar a Matemática na sociedade, utilizando-a no entendimento da realidade. A sua preocupação está voltada à formação de alunos com poder de argumentação através do pensamento reflexivo, com comprometimento com a realidade.

Hurt (2000) destaca que o ensino de ciências do século 21 deve ser organizado em termos de problemas, projetos, investigações e experimentos relativos aos assuntos de sua própria cultura, de forma que os estudantes participem da tomada de decisão, formando julgamentos, e escolhendo ações que envolvam elementos de risco, incerteza, valores e ética; fazendo uso de conhecimentos científicos e tecnológicos.

Mais essencial aos alunos, do que saber regras, é saber tomar decisões nas mais variadas situações, amparados em seus conhecimentos. Torna-se mais importante, portanto, o uso da Matemática para fazer uma leitura crítica da realidade com o compromisso de indagar, argumentar, refletir ou mesmo interferir sobre ela, do que simplesmente receber informações matemáticas. É necessário que os alunos façam conjecturas, testem e generalizem.

A Modelagem Matemática aplicada às questões ambientais colabora para a formação de cidadãos críticos com responsabilidade social, seguindo o pensamento de Skovsmose (2001), que salienta que os problemas da Educação Matemática devem conter temas relevantes aos estudantes e dar suporte para questionamentos políticos e sociais. Quando os alunos resolvem problemas matemáticos em contextos significativos sentem realmente a necessidade de resolver tais problemas, de elaborar explicações, enfim, tentam fazer de tudo o que é possível para encontrar uma solução.

Mas o que vem a ser Modelagem Matemática na Educação? Pode-se dizer que é uma estratégia de aprendizagem na qual os alunos transformam problemas da realidade em problemas matemáticos através da observação, indagação, investigação, ação e validação. E compreende as seguintes fases: a) escolha de um tema ou temas de interesse; b) realização de uma pesquisa exploratória sobre o(s) tema(s) escolhido(s); c) levantamento de problema(s) e construção do(s) problema(s); d) resolução do(s) problema(s); e) análise e validação da(s) solução(ões).

A experiência com Modelagem Matemática permite aos alunos, através de analogias, a resolução de vários problemas, podendo aplicar os conteúdos matemáticos em várias situações e não apenas para resolver um único problema. Concordando com Steffe e Thompson (2000, p.288):

> Se o aprendizado for colocado no contexto da acomodação dos produtos de desenvolvimento espontâneo ele não precisa ser considerado como limitado a um problema único ou a um processo limitado. De fato, em um experimento de ensino, nunca é intenção do professor-pesquisador que os estudantes aprendam a resolver um problema único.

Ainda que pesquisadores como Blum e Niss (1991) e Bassanezi (1994, 2001), entre outros, apontem vantagens em introduzir Modelagem no ensino da Matemática, também destacam alguns obstáculos para a sua implantação, principalmente como processo de ensino-aprendizagem em cursos regulares, pois os alunos estão acostumados com o professor sendo o transmissor de conhecimentos, e quando são colocados como o centro do processo ensino-aprendizagem, podem sentir-se incapazes e tornarem-se apáticos nas aulas. Por outro lado, os professores podem sentir sua autoridade ameaçada ao depararem com situações embaraçosas em áreas desconhecidas, que muitas vezes exigem qualificações não matemáticas. Intervém também o fato que o modelo escolar vigente não oferece o tempo necessário para que o professor realize atividades dessa natureza.

Metodologia da pesquisa

Dado o caráter dessa investigação, que requer um maior envolvimento entre pesquisador e os sujeitos da pesquisa, isto é, uma investigação voltada à produção de dados descritivos, obtidos através de observações diversas, questionários e entrevistas, a opção metodológica utilizada foi a pesquisa qualitativa.

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa se assenta sobre cinco características básicas:

1. Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. A investigação qualitativa é descritiva;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;

4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Na pesquisa, em questão, não havia hipóteses *a priori*. No momento da interação com os sujeitos foram feitas observações e anotações; em seguida, buscou-se entender como se dava a aprendizagem matemática sob o aspecto da Modelagem num contexto de questões ambientais.

Como já mencionado, o desenvolvimento das atividades ocorreu com a 3ª série do Ensino Médio, uma classe composta por 41 alunos, dos quais 22 do sexo feminino e 19 do sexo masculino. Os alunos eram provenientes de diferentes bairros e, em geral, os seus pais possuíam escolaridade até o Ensino Fundamental. A maioria dos alunos tinha 17 anos, alguns 18 e outros 19 anos porque haviam passado por reprovações.

Os alunos participantes das atividades foram nomeados por pseudônimos com o objetivo de se preservar suas identidades, como sugere a ética da pesquisa qualitativa (MILES & HUBERMAN, 1994).

Os Modelos

Considerando a impossibilidade de poder contar com os alunos no período extraclasse, pois a maioria já trabalhava nesse período, as atividades foram realizadas na sala de aula, no horário da aula de Matemática, juntamente com o professor responsável pela disciplina e com a colaboração de uma aluna do 4º ano do Curso de Licenciatura da Unesp – Rio Claro, SP. O contato com esses alunos ocorreu no período de setembro a dezembro de 2001. Devido à limitação de tempo e também considerando que a maioria desses alunos exerce atividades profissionais, apenas uma saída ao campo se deu, a visita ao Horto Florestal de Rio Claro, onde os alunos puderam assistir à palestra proferida pelo engenheiro florestal sobre o uso da Matemática na Engenharia Florestal. Nessa palestra puderam ver a aplicação de alguns conteúdos de Matemática: triângulo, cateto, tangente e também de alguns conhecimentos de Estatística, sobretudo no assunto amostragem. O engenheiro florestal explicou sobre a utilização de alguns instrumentos específicos. Os alunos puderam manusear alguns deles, como por exemplo, a suta e o hipsômetro de Blume-leiss, respectivamente, para obter a altura e o diâmetro das árvores.

No primeiro encontro, os alunos escolheram os temas relacionados com o meio ambiente e se dividiram em grupos de trabalho. Os temas escolhidos por eles foram: Lixo, Água, Energia Elétrica.

Contudo, após terem efetuado a escolha, não tinham idéia do que poderiam resolver. Normalmente, os alunos não estão acostumados a pensar em problemas, pois em geral tais problemas já estão formulados, problemas esses, muitas vezes, sem qualquer sentido para eles. Com a ajuda do professor ou de colegas, simplesmente os resolvem, sem nenhuma reflexão. Nesse contexto, considerando a limitação do tempo, algumas atividades relacionadas aos temas de interesse foram preparadas.

Dentre as diversas atividades que ocorreram, inicialmente com os grupos afins e posteriormente com todos os alunos da classe, as descritas abaixo são referentes à construção de funções para representar o valor cobrado pelo consumo de água e energia elétrica.

A Tabela 1 apresenta a tarifa de água para vários segmentos e vários períodos. A construção da função refere-se ao período de março de 2001 para o segmento residencial.

Pesquisador: Vamos considerar apenas o consumo residencial de março de 2001. Vocês observaram que se a pessoa consumir até 10 m^3 o valor a ser pago é fixo? Então, se considerarmos x para representar o consumo de água e f(x) para representar o valor a ser pago, como a gente poderia representar a função para essa faixa?

Cristiano: *f(x) = 6,50*

Pesquisador: Você está dizendo que se a pessoa consumir 0, 1, 2 ou 10 m^3, ela vai pagar sempre o mesmo valor, que é 6,50 reais. E se ela consumir mais que 10 m^3?

Tabela 1. Tarifa de água em Rio Claro.

Residencial			
Faixas	06/96 a 03/99	04/99 a 02/01	março 2001
Fixo	4.50	5.30	6.50
11 a 20	0.92	1.08	1.33
21 a 50	1.37	1.62	1.99
51 a 100	1.98	2.33	2.86
Maior do que 100	2.29	2.70	3.31

Industrial			
Faixas	06/96 a 03/99	04/99 a 02/01	março 2001
Fixo	27.00	27.00	33.13
16 a 50	2.75	2.75	3.37
51 a 500	4.27	4.27	5.24
Maior do que 500	4.58	4.58	4.62

Comercial			
Faixas	06/96 a 03/99	04/99 a 02/01	março 2001
Fixo	12.00	14.15	17.36
16 a 30	1.53	1.80	2.21
31 a 50	2.29	2.70	3.31
51 a 100	2.75	3.24	3.98
Maior do que 100	3.05	3.60	4.42

Fonte: DAAE de Rio Claro.

Júlio: *Se cair na faixa de 11 a 20, ela paga 1,33 por m^3, então, se cair nessa faixa, ela vai pagar o que consumiu vezes 1,33.*

Pesquisador: Posso escrever f(x) = 1,33 x para 11 <= x <= 20. É isso que você quis dizer?

Júlio: *É.*

Pesquisador: Vamos testar? Então, se eu consumir 11 m^3, o valor a ser pago será de R$ 14,63?

Paula: *Não, é muito grande. Não é isso, porque até 10 m^3 ela paga 6,50, depois passa a pagar 1,33.*

Pesquisador: Então como a gente pode escrever a função para essa faixa, Paula?

Paula: *Me ajuda, mas acho que é f(x) = 6,50 + 1,33 x*

Cristiano: *Não pode ser, vai ser maior ainda o valor, se o x for 11, a conta vai dar 14,63 + 6,50, que dá 21,13 reais.*

Os alunos fizeram uma pausa e pensaram.

Júlio: *Estamos pagando duas vezes os 10 m^3, porque ele já foi cobrado na faixa anterior.*

Assim, concluíram que teriam que tirar os 10 m^3 já pagos, ficando com a função:

f(x) = 6,50 + 1,33 (x - 10)   11 <= x <= 20

Pesquisador: Agora parece estar coerente, então se o consumo for 11 m^3, o valor a ser pago será 6,50 + 1,33 (11 - 10), isto é, 7,83 reais.

Cristiano: *Agora parece que está certo.*

Pesquisador: E se o consumo cair em outra faixa, como ficaria a função?

Paula: *Ficaria assim:*

f(x) = 6,50 + 1,99 (x - 10) 21 <= x <= 50

Pesquisador: Vamos testar? Suponha que a pessoa consumiu 22 m^3, então ela gastará 30,38 reais?

Os alunos fizeram uma pausa.

Cibele: *Não, porque é igual ao outro caso, estou cobrando a faixa de 10 m^3 na tarifa maior, a da faixa de 21 m^3.*

Joana: *Se cair na faixa dos primeiros 10 m^3, tem que cobrar apenas 6,50, e acima de 10 até 20, teria que cobrar o que consumiu nessa faixa vezes a taxa, que é 1,33, o que passar disso, aí sim, teria que ser cobrado na faixa de 1,99 por m^3.*

Pesquisador: Você consegue escrever em linguagem matemática o que disse?

Joana: *Vou tentar.*

Os alunos ajudaram e chegaram à seguinte expressão:

f(x) = 6,50 + 1,33 . 10 + 1,99 (x - 20) 21 <= x <= 50

Pesquisador: Vamos testar essa função para 22 m^3?

Camila: *Seria isso: f(x) = 6,50 + 1,33 . 10 + 1,99 . 2 = 23,78 reais?*

Pesquisador: O que vocês acham?

Os alunos concordaram com a expressão.

Pesquisador: E para a faixa de 50 a 100?

Cristiano: *É a mesma coisa, né?*

Pesquisador: Dá para você escrever em sentença matemática?

Cristiano: *Para a faixa de 50 a 100,*

f(x) = 6,50 + 1,33 . 10 + 1,99 . 30 + 2,86 (x - 50)

Finalmente, a expressão para representar o cálculo do valor cobrado, em função do consumo de água, foi descrita como sendo:

f(x) = 6,50 0 <= x <= 10,

f(x) = 6,50 + 1,33 (x - 10) 11 <= x <= 20

f(x) = 6,50 + 1,33 . 10 + 1,99 (x - 20) 21 <= x <= 50

f(x) = 6,50 + 1,33 . 10 + 1,99 . 30 + 2.86 (x - 50) 51 <= x <= 100

Validação

Os alunos testaram a função para uma conta de água, cujo consumo era de 17 m3 do período de fevereiro de 2000. Os alunos construíram a função para o período em questão:

f(x) = 5,30 0 <= x <= 10,

f(x) = 5,30 + 1,08 (x - 10) 11 <= x <= 20

f(x) = 5,30 + 1,08 . 10 + 1,62 (x - 20) 21 <= x <= 50

f(x) = 5,30 + 1,08 . 10 + 1,62 . 30 + 2.70 (x - 50) 51 <= x <= 100

Então quando x = 17, temos f(x) = 5,30 + 1,08 (17 - 10) = 12,86 reais.

Outra atividade semelhante foi obter a função para representar o valor cobrado pelo consumo de energia elétrica.

Pesquisador: O que vocês acham de tentar descrever a função do valor cobrado pelo consumo de energia elétrica, será que é muito diferente.

A Elektro de Rio Claro informou a tarifa de energia elétrica de Rio Claro para o 1o Semestre de 2001:

Na conta monofásica, a tarifa é escalonada

Consumo	Tarifa Residencial (R$/Kwh)
0 a 30	0,06759
31 a 100	0,11584
101 a 200	0,17376
201 a 300	0,19305
maior que 300	0,19305

Na conta bifásica, a tarifa é única R$ 0,19305/kwh

Tarifa Comercial = Tarifa Industrial = R$ 0,18139/kwh

Tarifa Rural = R$ 0,1137/kwh

ICMS Residencial 12% - consumo até 200 kwh/mês e 25% para consumo acima de 200 kwh/mês.

ICMS Comercial 18% independente do consumo

ICMS Rural 12% independente do consumo

Os alunos pensaram um pouco e fazendo uma relação com a atividade anterior, isto é, a construção da função do valor cobrado pelo consumo de água, construíram a função para a energia elétrica:

f(x) = 0,06759 0 <= x <= 30,

f(x) = 0,06759 + 0,11584 (x - 30) 31 <= x <= 100

f(x) = 0,06759 + 0,11584 . 70 + 0,17376 (x - 100) 101 <= x <= 200

Validação

Os alunos testaram a função para uma conta de energia elétrica monofásica de consumo 146 kwh do período de maio de 2001.

Pesquisador: Segundo essa função, teríamos:

f(x) = 0,06759 + 0,11584 . 70 + 0,17376 (146 - 100)

Então, isso dá 0,06759 + 0,11584 . 70 + 0,1737 . 46 = 16,34.

Parece que está faltando alguma coisa porque na conta está 18,13.

Nesse momento, Paula, que estava sentava na frente, pegou a conta de luz na mão e observou que 0,06759 estava multiplicado por 30, e que na função não havia essa multiplicação.

Paula: *Está diferente aqui na conta, e mostrou a multiplicação.*

Pesquisador: Acho que Paula tem razão porque na tarifa da água o valor cobrado na primeira faixa era fixo e na energia é cobrado por kwh. Assim, para corrigir, basta multiplicar por 30 o primeiro valor da função.

O grupo corrigiu e colocou na lousa:

f(x) = 0,06759 . 30 0 <= x <= 30,

f(x) = 0,06759 . 30 + 0,11584 (x - 30) 31 <= x <= 100

f(x) = 0,06759 . 30 + 0,11584 . 70 + 0,17376 (x - 100) 101 <= x <= 200

Pesquisador: E a última faixa, aquela maior que 200?

Edilson: *É mesmo:*

f(x) = 0,06759 . 30 + 0,11584 . 70 + 0,17376 . 100 + 0,19305 (x - 200) x >= 201

Pesquisador: Você pode verificar se agora dá certo para a conta de Mário?

Edilson: *f(x) = 0,06759 . + 0,11584 . 70 + 0,17376 (146 - 100). Agora deu 18,13 reais. E esse 2,47 que aparece aqui na conta, o que é?*

Pesquisador: É o valor do imposto cobrado, chamado de ICMS, que corresponde a 12% quando é residencial e para consumo até 200 kwh/mês.

Edilson: *Então é só fazer 12 por cento de 18,13, ou seja, 20,30 reais? Mas dá 20,60.*

Pesquisador: É que eles calculam diferente, assim:

Cálculo do ICMS = ((consumo . tarifa) . alíquota) / (1 - alíquota)

Edilson: *É assim, (18,13 . 0,12) : (1 - 0,12) = 2,47? Então o valor final fica 20,60 reais. É, tá certo.*

Pesquisador: É que o valor tarifado corresponde a 88% do valor da conta e não a 100%, porque o ICMS é cobrado à taxa de 12% do valor da conta. Tenta verificar qual a porcentagem realmente adicionada ao valor base para se chegar ao valor final da conta?

Edilson: *Como faz?*

Pesquisador:

18,13 —— 100

2,47 —— *x*, ou seja, *x* = 13,6%

Edilson: *De onde veio 2,47?*

Pesquisador: É o resultado de 20,60 – 18,13. Ou seja, 20,60 foi o valor cobrado. Como tinha dado 18,13 o valor cobrado pelo consumo, o aumento foi de 2,47, que em termos percentuais dá 13,6%.

Tanto o número de alunos na sala (41) quanto a escolha de vários temas dificultaram a atenção dada aos grupos. Como os alunos não estão acostumados a trabalhar com problemas abertos, éramos requisitados o tempo todo. Na ausência da monitora, que algumas vezes ocorreu, se tornava ainda mais difícil. Se demorássemos para atendê-los, eles se dispersavam.

É interessante sublinhar que os alunos em vários momentos, puderam analisar e fazer analogias, isto é, a utilização do mesmo modelo em situações distintas: construção do valor cobrado pelo consumo de água e a construção do valor cobrado pelo consumo de energia elétrica. Além disso, tiveram oportunidade de refletir sobre as soluções obtidas com o olhar voltado para a presente realidade social.

Também, os alunos não têm o hábito de validar as suas soluções. Isso é comum porque geralmente as atividades rotineiras em sala de aula contemplam situações imaginárias, dificultando a validação das soluções. Contudo, os nossos problemas envolveram situações do cotidiano dos alunos, com dados reais. Na construção da função para representar a cobrança pelo consumo de água, ou de energia elétrica, foi possível fazer a validação a partir das respectivas contas, o que auxiliou na visualização de alguns erros, bem como na correção deles. Além disso, a manipulação desses dados possibilitou algumas discussões de ordem social e política, de caráter mais amplo, como, por exemplo, sobre o tratamento de esgoto no município e o valor do ICMS cobrado pelo consumo de energia elétrica.

Considerações Finais

Uma das características mais significativas da Modelagem Matemática é a representação do mundo, a simulação da realidade, a transformação dessa realidade em linguagem matemática e, ao mesmo tempo, o retorno à realidade.

A Modelagem Matemática facilita a articulação do conhecimento científico e a realidade. Em geral, ela faz uso de um conteúdo mais amplo do que o programado para a série específica. Assim, usando essa estratégia, fica difícil se prender a conteúdos programáticos, pois a necessidade de se obter a solução é que determina o aprendizado dos conteúdos. Desse modo, os conteúdos devem ser inseridos nos diálogos das aulas, aproveitando-se as oportunidades. Nesta pesquisa, para a construção dos modelos, os alunos tiveram que aprender novos conceitos ou ainda, recordar conteúdos já aprendidos em séries anteriores. Além disso, precisaram conhecer conteúdos de outras áreas, sobretudo a de Ciências.

Pôde-se observar que os alunos, inicialmente insatisfeitos com a escola, adquiriram novo ânimo no desenrolar das atividades e, através da Modelagem Matemática, foram auxiliados a obter respostas às suas perguntas: Por que eu preciso aprender Matemática? Quando eu vou usar isto? Qual a ligação que existe entre a Matemática e a minha vida? Também, através da Modelagem Matemática, os alunos eram freqüentemente chamados a tomar decisões, e puderam visualizar que essa tomada de decisões deve ser feita fundamentada em algum critério, onde se destacava o papel das ferramentas matemáticas. Assim, a Matemática ia sendo usada como instrumento de investigação e compreensão da realidade, e o aprendizado ocorria de forma mais natural, movido pela necessidade. Embora houvesse preocupação com o tempo, o interesse e as criações de muitos desses alunos foram suficientes para gerar um clima de estudo descontraído e de muito entusiasmo.

Alguns resultados das atividades realizadas pelos alunos, sujeitos dessa pesquisa, com relação aos seus temas de interesse são listados abaixo.

Tema Água: compreenderam a importância da água para a vida e a necessidade de seu uso com moderação; distinguiram os diversos usos da água; conheceram como é feito o cálculo do valor a ser cobrado pelo consumo de água; construíram a função para representar esse cálculo.

Tema Lixo: conheceram a produção de lixo para vários anos; conheceram como é feito o cálculo do valor a ser cobrado pela coleta do lixo; estimaram a produção de lixo para os próximos anos.

Tema Energia Elétrica: distinguiram os diversos usos da energia elétrica; conheceram como é feito o cálculo do valor a ser cobrado pelo consumo de energia elétrica; construíram a função para representar esse cálculo.

Em suma, foi possível observar que o desenvolvimento das atividades proporcionou aos alunos visualizar a Matemática como instrumento de interpretação da realidade, conforme o argumento de competência crítica, que consiste em prepará-los para reconhecerem e entenderem exemplos de aplicações de conceitos matemáticos. Também o argumento de aprendizagem, que ajuda a fixar os conceitos, os resultados e valorizar a própria Matemática. E o argumento de utilidade, que consiste em prepará-los para utilizar a Matemática como ferramenta de resolução de problemas das diferentes situações e áreas. Esses argumentos são sublinhados por Bassanezi (2002).

Ainda que o desenvolvimento desse trabalho pudesse ter sido prejudicado pela limitação de tempo, alguns objetivos estabelecidos nos Parâmetros Curriculares Nacionais foram alcançados. Para os PCNs (BRASIL, 1999, p. 81), é:

> (...) importante que a educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente (...) criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional.

Os encontros permitiram observar que os alunos desenvolveram um espírito mais crítico com respeito às questões ambientais. Por exemplo, deixar de escovar os dentes com a torneira aberta, no estudo e discussão dos problemas gerados com relação ao desperdício de água. O mesmo ocorrendo no caso do lixo, passando a se preocuparem com a reciclagem de materiais, compreendendo assim, a necessidade da conservação dos recursos naturais com os quais interagem. Esses hábitos poderão ser passados para outras pessoas que se encontram ao seu redor, e num futuro próximo ter conseqüências sociais bastante relevantes na formação de cidadãos mais conscientes.

Referências Bibliográficas

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática. **Dynamics**, Blumenau, v. 2, n. 7, p.55-83, abril/jun, 1994.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática***:* uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BLUM, W.; NISS, M. Aplied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p.37-68, feb. 1991.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação Matemática**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais***:* Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias - Ensino Médio, v. 3. Brasília, 1999.

CANDAU, V. M. **Reinventar a escola**. 2.ed. Petrópolis: Vozes, 2000.

D'AMBRÓSIO, U. Educação Matemática: uma visão do estado da arte. **Pró-Posições**, Campinas: UNICAMP, v. 4, n. 1 [10]. p. 35-41, 1993.

HURT, P. D. Science education for the 21st Century. **School Science and Mathematics, Menasha**, v. 100, n. 6, p. 282-288, oct. 2000. 100, n. 6, p. 282-287, out/2000.

MILES, M. B. & HUBERMAN, A. N. **Qualitative data analysis**: an expanded sourcebook. 2.ed. Thousand Oaks: Sage, 1994.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2001.

STEFFE, L. P. & THOMPSON, P. W. Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. In LESH, R. & KELLY, A. E. (ed.). **Research design in Mathematics and science education**. Hillsdate, NJ: Erlbaum, 2000.