

NATURALEZA Y MATEMATICA: PROPEDEUTICA PARA UN ANALISIS EPISTEMOLOGICO

Prof. Dr. Ramón Queralto

Universidad de Sevilla, España.

Nota previa: El presente trabajo se sitúa dentro de un estudio más amplio que, sobre la concepción de la estructura de la naturaleza física derivada de la ciencia contemporánea, se encuentra en fase de elaboración. Por tanto, las reflexiones e ideas que siguen hacen referencia a un planteamiento y tratamiento más abarcadores, los cuales, obviamente, no es posible desarrollar aquí por la razón arriba apuntada.

Desde un punto de vista histórico se puede afirmar que los dos caracteres que diferencian formalmente el conocimiento científico desde su fundación son el empleo de la metodología matemática y el recurso a la contrastación experimental. Ya Galileo declaró que el lenguaje de la Naturaleza era el lenguaje matemático¹, y Descartes concibió su Física como Geometría². Se puede examinar la evolución posterior de las características formales del conocimiento científico válido, y por tanto de la noción de verdad científica, en referencia a estos factores de la matematización y de la contrastación experimental. En el presente trabajo deseamos fijarnos especialmente en los problemas derivados del primero de estos dos factores, respecto a sus relaciones generales con el concepto de verdad científica.

I

El desarrollo del proceso de matematización del conocimiento científico, desde sus orígenes históricos hasta nuestros días, se caracteriza especialmente por una progresiva abstracción de los instrumentos lógico-matemáticos, con el consiguiente alejamiento de su contacto posible con la realidad a la que posteriormente van a racionalizar e investigar. Esta intensa abstracción de la Matemática se hace particularmente patente en los niveles más básicos y fundamentales de la investigación de la realidad física que en la actualidad ofrece la Ciencia, así por ejemplo la Mecánica Cuántica, y asimismo la Teoría de la Relatividad. Recuérdese que, en reiteradas ocasiones, la predicción científica, basada estrictamente en las derivaciones exigidas desde las formulaciones matemáticas, ha precedido a la búsqueda y comprobación posterior de diversas entidades

fundamentales de la Física contemporánea. Baste señalar al respecto el caso de la teoría de antipartículas en su origen, y asimismo el caso de la actual investigación y tentativas de aislamiento de las partículas denominadas quarks³. Esto significa que, en la medida en que la Física ha descendido a la búsqueda de las estructuras más fundamentales del mundo físico-natural, más intensa y profunda a su vez se ha hecho la abstracción de los instrumentos matemáticos empleados, lo cual plantea el problema de la correspondencia de la Matemática con la realidad, o en otras palabras, la función de la Matemática en la estructura de la verdad científica.

Que la Matemática se considera hoy como una actividad de libre creación intelectual sin una directa referencia a la realidad física es una idea comúnmente aceptada. Dedekind afirmaba por ejemplo que "los números son una libre creación de la mente humana"⁴. Cantor destacaba, en cuanto al origen de la noción de número cardinal, el específico papel de la capacidad de abstracción de la razón ("aktiven Denkvermögens")⁵. Y Hilbert finalmente señalaba que la aplicación de la Matemática a la realidad y su importancia fundamental para el establecimiento de la verdad científica le parecía casi un milagro o el fruto de una peculiar armonía preestablecida⁶. Es claro que la pregunta surge con extraordinaria fuerza tras esta constatación de la génesis teórica de las entidades matemáticas: ¿ cómo la Matemática es un carácter esencial en la estructura de las teorías científicas si en el origen de su formación está tan alejada de la realidad que luego especifica y racionaliza rigurosamente ?

Es bien conocida la respuesta que Poincaré daba a la pregunta formulada⁷. Su posición se caracteriza por su así llamado "convencionalismo". La Matemática, y muy especialmente la Geometría, es una creación autónoma de la razón humana, que solo exige la ausencia de contradicción. El problema de su aplicabilidad a lo real es una cuestión a posteriori que se resolvería especialmente por su confrontación efectiva con la experiencia a través de su uso en una teoría física, o sea, la aparente validez y la analogía intuitiva de los axiomas iniciales del sistema geométrico con el dominio específico de la realidad a que fuera a aplicarse sería lo que autorizaría en un primer momento su uso válido en el conocimiento científico. Los axiomas serían por tanto convenciones, respecto de las cuales la misma experiencia científica se encargaría de mostrar su validez y su correspondencia posible con lo real. Evidentemente la tesis de Poincaré señala un camino específico de resolución del problema, por cuanto además conjuga la cuestión de la matematización con la otra característica formal del proceder científico que se indicó antes, es decir, la necesidad de un recurso a la experiencia, sea directa o indirectamente (siendo actualmente la mayoría de las veces una experiencia claramente mediada). Esto significa que la aportación del matemático francés utiliza los elementos mismos que determinan el proceder de la Ciencia, sin acudir

a ningún factor ajeno a la cuestión, o sea, el problema queda planteado y resuelto dentro de los mismos límites en los cuales se formula.

Pero este carácter positivo de la tesis de Poincaré no puede evitar una cierta insatisfacción que lleva ineludiblemente su pensamiento. Y es que, si se admite el convencionalismo hasta sus últimas consecuencias, entonces la Matemática quedaría reducida en su misma génesis a un simple juego intelectual que se cerraría sobre sí mismo, tan sólo estaría condicionada por el principio de no-contradicción, y su fecundidad cognoscitiva para el establecimiento de las verdades científicas sería casi una "casualidad afortunada". Inicialmente pues en la creación de los sistemas matemáticos no habría ningún indicio de su virtualidad cognoscitiva para las ciencias de la Naturaleza, y tan sólo a posteriori se destacaría ese determinado poder para el conocimiento de lo real. Que esta línea de justificación a posteriori es acertada en términos generales puede ser aceptado sin dificultad, pues coincidiría con el uso y la misma justificación final que de hecho se propone en muchos sectores de la comunidad científica: la Matemática es aplicable porque así lo demuestra la práctica científica. Pero, desde el punto de vista de la búsqueda de un fundamento específico de la aplicación de los sistemas matemáticos a lo real, tal aserción sería relativamente insuficiente, ya que no podría indicar qué es lo que habría en la misma estructura del proceder matemático que de por sí lo hace aplicable al conocimiento de las estructuras del mundo físico. Se puede, y es quizás necesario, admitir hoy que la Matemática es un proceder teórico, pero esto no significa que la única fundamentación posible de su fuerza cognoscitiva respecto de la realidad física haya de situarse en una justificación más o menos factual. Pues si es un hecho que los sistemas matemáticos sirven de base fundamental para la formulación de verdades científicas, cabe suponer que, en la misma estructura del razonamiento matemático, se hallarían algunos caracteres que fundamentarían la aplicación posterior, en líneas básicas, de lo matemático a lo real-físico. Con esto no se quiere decir que la última respuesta a nuestro problema sea la de un acentuado racionalismo, o aún más allá, un idealismo epistemológico, pues entonces se desembocaría en una ontología ciertamente problemática, en la que la realidad sería un simple sucedáneo de las estructuras de la razón, y cuyos fundamentos serían difíciles de justificar, al menos en el tema que ahora nos ocupa. No obstante, como se verá, nuestras conclusiones adoptarán algunos caracteres racionalistas indispensables, por lo que un rechazo absoluto de las coordenadas básicas del racionalismo no sería procedente.

Lo que se desea indicar es que, si resulta un hecho la correspondencia y aplicación de la Matemática a la realidad física, se ha de buscar la explicación de este hecho en un análisis referido a la estructura interna del razonamiento matemático, y hallar las categorías básicas en que

se funda, a fin de averiguar si tales categorías fundamentales tienen algún paralelismo con la estructura misma de lo real-físico, según lo que nos señalaría hoy la propia Ciencia. Se trataría por tanto de un análisis *a priori* en el sentido de investigar qué subyace en el proceder de la creación matemática que condiciona la misma naturaleza interna del sistema matemático.

II

Actualmente la Matemática se presenta, de modo genérico, como un sistema formalizado. Prescindimos en nuestro análisis de las diversas posiciones que se proponen, entre otras cosas, fundamentar la necesidad de esta formalización, tales como el logicismo, formalismo, etc., y centraremos la indagación en el hecho esencial de que los sistemas matemáticos, aritméticos y geométricos, quedan establecidos como sistemas formales. Ahora bien, ¿qué características básicas, en términos generales, se encuentran en un sistema formalizado?

Se puede afirmar que un sistema formal está compuesto de tres factores fundamentales. En primer lugar, un conjunto de elementos o entidades lógicas ideales que carecen de cualquier contenido específico, esto es, no hacen referencia alguna a entidades físicas concretas o reales, sino que nombran entidades abstractas para las cuales es inicialmente indiferente que tengan una correspondencia con la realidad. En segundo lugar, se establecen un conjunto de relaciones específicas entre los elementos del sistema mediante las reglas de formación de proposiciones, las reglas de inferencia, y las reglas de operaciones que se definen en el sistema. Esta serie de relaciones forman así la trama interna del sistema formal e introducen modos específicos de estructuración de los elementos iniciales del sistema, es decir, las relaciones, en cierta manera, van a indicar cómo los elementos del sistema adquieren una forma definida de existencia ideal. Finalmente y en tercer lugar, tenemos el conjunto de proposiciones determinadas del sistema formal, o sea, los axiomas y teoremas, éstos obtenidos por inferencias y derivaciones lógico-deductivas.

Dos puntos interesa destacar en este momento para proseguir nuestras reflexiones: por una parte, que el sistema formal, en principio, no se refiere a ninguna realidad concreta, puesto que ni los elementos ni las relaciones han de tener presente necesariamente ningún modelo obtenido de la realidad, es decir, el sistema formal matemático es una forma vacía, o por así expresarlo, una forma "neutra" con respecto a su correspondencia posible con lo real. Y de otra parte hay que señalar que el sistema formal se origina de un modo ideal, por medio de las estructuras lógicas del pensamiento. El paso de su aplicación a lo real se realiza a través de la interpretación del sistema: mediante unas reglas semánticas determinadas,

y expresándolo en términos muy simplificados, se asignan a los elementos del sistema formal propiedades físicas o entidades comprobadas experimentalmente de forma suficiente — ya sea directa o indirectamente —, y posteriormente se procede a la contrastación del modelo con sus elementos ya interpretados.

Ahora bien, según la descripción hecha de la estructura determinada de un sistema formal, ¿cuál sería su característica básica? De los tres factores indicados, elementos, relaciones, proposiciones, ¿cuál de ellos sería el más fundamental y que en cierto sentido incluiría a los otros? Evidentemente se trata del segundo, es decir, el conjunto de relaciones. A la base de un sistema formal encontramos la categoría de relación como lo más originario y fundamental. Mostremos brevemente la verdad de esta afirmación. Los elementos del sistema, por sí mismos, no dicen nada sobre la naturaleza específica de un sistema formal, son tan sólo un conjunto de entidades ideales desconectadas todavía entre sí y de las que no sabemos qué referencia guardan entre ellas. Son condición necesaria pero no suficiente para la existencia ideal del sistema formal. De otra parte, las proposiciones — teoremas, etc. — no son más que un resultado de la premisa impuesta de que se postulan una serie de relaciones entre los elementos del sistema, de que éstos han de conectarse entre sí mediante el conjunto de reglas correspondientes. Por consiguiente, tanto los elementos como las proposiciones presuponen para su funcionalidad en el sistema formal el hecho básico de la relación. Son las relaciones las que constituyen la trama interna del sistema formal. Con todo ello no olvidamos obviamente que las relaciones, de alguna manera, vienen condicionadas por los axiomas, mas esto no resta fundamentalidad a las mismas. Además, en el hecho de la relación se incluye ineludiblemente la necesidad de los elementos, puesto que "relación" es un concepto que hace referencia a dos elementos como mínimo. Relación es referencia de "algo" a "algo". En definitiva, si se postula existencia de un conjunto de relaciones, es claro que ahí se incluye ya la necesidad de los elementos, mientras que no sucede al revés. La idea de relación lleva consigo la de los elementos del sistema, pero la existencia de los elementos no implica necesariamente que éstos hayan de estar unidos mediante relaciones específicas. En conclusión por tanto encontramos que la categoría epistemológica básica que subyace en la noción de sistema formal es la de la relacionalidad. Así por ejemplo, podría afirmar Max Born que "el carácter esencial de la Matemática no es el número sino la idea de coordinación"⁸.

De todo esto se deduce, continuando con nuestra idea inicial, que si la matematización del conocimiento científico ha conducido a resultados válidos, es decir, al establecimiento de un conjunto ordenado de verdades científicas, debe ser consecuentemente porque, **de alguna manera,**

la misma estructura de la realidad física responde efectivamente a esa categoría primaria de relacionalidad como un modo básico de existencia propia. O, expresado con otras palabras, si desde un punto de vista epistemológico, la trama interna fundamental de la Matemática se centra en la idea de relación, entonces se ha de encontrar la misma categoría en la propia estructura ontológica de la realidad física. O sea, debe haber una cierta correspondencia entre la estructura epistemológica del conocimiento físico-matemático válido y la estructura ontológica de la realidad a la que se aplica.

III

La aserción anterior puede analizarse con detenimiento acudiendo a lo que afirma la Ciencia hoy día sobre la estructura de la realidad física, aunque sea con un cierto grado de provisionalidad a causa de la falta de unidad en las teorías de unificación en la Física actual.

Es claro que tras las consecuencias epistemológicas del Principio de Incertidumbre de Heisenberg ("Umbestimmtheitsrelation") no es posible hablar en propiedad de partículas individualizadas en los últimos niveles de la realidad, dándose opción inmediata a la noción de "sistema físico" como elemento conceptual básico en Física. Así por ejemplo podrá afirmar Hönigswald: "las leyes físicas conforman un **sistema natural**"⁹ (subrayado nuestro). De igual modo, es conocido el importante trabajo de Bunge en los volúmenes III y IV de su "Tratado de Filosofía Básica", que llevan por título "Ontología", y donde el subtítulo del último es, significativamente, **un mundo de sistemas**¹⁰. Ahora bien, un sistema físico sería un conjunto de elementos que mantienen entre ellos un determinado equilibrio energético que le confiere una estabilidad dinámica mínima, y es la idea de sistema físico lo que nombraría hoy día el mínimo de entidad que tiene consistencia por sí misma en el mundo físico, es decir, que puede ser "suficientemente individualizada"¹¹. Si tomamos como punto de referencia el formalismo axiomático de la Mecánica Cuántica realizado por Von Neumann¹² se observa que las nociones primitivas, no definidas por tanto, son la de "sistema", "cantidad física" (observable), y "estado". Esto significa que la base material a la que se refiere el formalismo cuántico es el sistema físico en cuanto tal, puesto que las otras dos nociones, de acuerdo con los dos primeros axiomas (axioma del vector de estado y axioma del observable), definen caracteres de dicho sistema como entidad material primaria. Se aprecia así cómo en la base de la conceptualización de la Mecánica Cuántica se halla la idea de sistema como primer punto de referencia de la materialidad, es decir, como noción fundamental. Y es importante destacar que el mismo concepto de sistema físico nos indica que lo fundamental no son los elementos

individualizados, sino las relaciones e intercambio energético que estructuran y conforman entre aquellos la misma existencia del sistema como tal.

Desde una perspectiva más amplia, y sin tomar como base el aspecto formal anterior, también se ha de llegar a la misma conclusión, al examinar la respuesta más generalizada que la Ciencia hoy daría a la pregunta acerca de la naturaleza última de la materialidad. Ciertamente que aún no se ha obtenido una teoría unitaria y se diferencian varios tipos de fuerzas básicas (gravitacionales, electrodébiles, y de interacción fuerte), pero es claro que a la base de todas ellas se encuentra la idea de que la trama de lo real-físico es la materia en cuanto energía, a la que Luis de Broglie denominó "entidad proteiforme"¹³. La célebre fórmula de Einstein, $E = m.c^2$, en la que se muestran cualitativamente equivalentes la masa y la energía, es un claro ejemplo de ello. Del mismo modo, las reacciones atómicas donde se producen partículas a partir de radiación, o viceversa; las reacciones con defecto de masa, son su confirmación experimental. Pero, ¿qué significado tiene esta afirmación de la energía como entidad básica? En primer término, que el mundo físico es dinamicidad, interacción fundamental entre unos elementos y otros, nada hay que pudiera considerarse real y efectivamente como un sistema cerrado en sí mismo — el único sistema cerrado en este sentido sería el cosmos en su totalidad, pero ese es otro problema distinto al que nos ocupa, e incluso podría ser matizado convenientemente desde alguna de las teorías cosmológicas actuales —. Así pues, el mundo físico sería interacción específica. Ahora bien, esta concepción lleva consigo ineludiblemente que una categoría fundamental de la realidad física es asimismo la categoría de relación, puesto que la misma noción de dinamicidad o interacción implica una dependencia en el ser, una dependencia de unos elementos respecto de otros en la propia consistencia ontológica de la realidad. En efecto, la materia-energía, concebida como interacción física fundamental, implica como base óptica de su posibilidad el hecho de que las entidades físicas estén intrínsecamente en relación constitutiva unas con otras. Si no existiese una trama de relaciones físicas específicas, que se expresan en la Física como leyes de la materia-energía, sería imposible la concepción misma de lo material entendido como energía. Pero, desde este punto de vista la propiedad característica inmediata de la materia-energía sería la dinamicidad fundamental, o sea, el intercambio e interacción de las entidades materiales entre sí como modo básico de ser, interacción que estaría reglada obviamente por las leyes científicas. De esta manera, la categoría ontológica de relación se convierte en uno de los fundamentos y condición de posibilidad de la concepción de la materia física como materia-energía.

Igualmente, si las entidades básicas mínimamente individualizables en propiedad son los sistemas naturales que se

constituyen como estructuras energéticas, esto implicaría asimismo que la característica ontológica fundamental sería la dinamicidad intrínseca de lo físico-natural. Es especialmente relevante al respecto que en la clásica obra de Dirac sobre Mecánica Cuántica¹⁴ se afirme que ha de darse por supuesto siempre que los vectores empleados en el formalismo cuántico se refieren a los estados de un sistema **dinámico**, o sea, que la noción de sistema físico-cuántico se encuentra indisolublemente ligada al carácter de dinamicidad. Ahora bien, tal dinamicidad sería racionalizada desde un punto de vista filosófico a través de la categoría de relación, puesto que la dinamicidad lleva consigo, por su propia naturaleza, la dependencia de un estado óntico respecto de otro estado, y sería una abstracción artificial por tanto el aislamiento **absoluto** de las entidades físicas considerado a nivel de fundamentos epistemológicos y ontológicos. Dicha abstracción puede ser válida operativamente, desde un punto de vista matemático, según los fines de una determinada investigación, siendo despreciables las posibles variaciones cuantitativas de los resultados empíricos por la aplicación de la teoría matemática de errores, pero únicamente a este nivel, y no en el plano de un análisis de fundamentos categoriales. También puede apuntarse, aunque no es éste el lugar para desarrollarlo, que por un examen del significado epistemológico de la noción de vector de estado mecanocuántico se obtendría la misma conclusión que estamos exponiendo.

Tomando como base justamente esta caracterización general se están desarrollando desde hace ya algunos años teorías ontológicas sobre la realidad físico-material que consideran lo relacional como un punto de partida esencial. Así por ejemplo la obra de E. Laszlo¹⁵, en cuanto ontología de sistemas, y dónde el mencionado concepto de sistema y la dinamicidad emergentista de la realidad son bases fundamentales de explicación. Igualmente, y en un intento de asimilación global que quiere ser aplicable a todo lo real, cabría señalar la metafísica relacional de H. Oliver¹⁶.

En definitiva, si la naturaleza fundamental de la realidad física, contemplada desde los resultados básicos de la Física actual, se concreta en los sistemas físico-dinámicos en cualesquiera de sus posibles formas, entonces la idea esencial de relación también subyace a la misma estructura de la realidad física, de acuerdo, reiteramos, con la concepción que de ella proponen hoy día las teorías científicas fundamentales.

Todo ello nos abre una vía conveniente para obtener seguidamente una serie de conclusiones sobre el tema general planteado, y que enlazarán por tanto lo matemático con lo real.

IV

El resultado de nuestro análisis es que a la base de la estructura del razonamiento matemático y a la base de la estructura de la realidad física se encuentra la misma categoría fundamental: la relacionalidad. Esto significa que existe aquel paralelismo

del punto de vista epistemológico con el punto de vista ontológico que señalábamos más arriba. La Matemática, en su uso como parte formal fundamental de las teorías científicas, se justifica porque responde en su estructura interna a una forma categorial específica de ser de la realidad física. Evidentemente, el sistema formal matemático es una "forma vacía" sin ningún contenido determinado respecto de lo real-físico, pero no es de ningún modo un juego mental arbitrario que por fortuna se aplica finalmente, en alguna de sus creaciones, a la realidad. En la misma estructura de la Matemática, al obedecer al paradigma de la relacionalidad básica, se encuentra ya su posibilidad operante de aplicación al conocimiento efectivo de la realidad físico-natural. La Matemática, esencialmente, define formas posibles de estas relaciones, de esta interconexión fundamental, de esas diversas clases de sistemas físicos que conformarán el mundo real. En definitiva, por esta razón puede afirmarse que la Matemática sería un instrumento heurístico y teórico fundamental del conocimiento científico y de la misma verdad científica.

De ahí entonces que también pueda llegar a comprenderse por qué la Matemática, en diferentes y reiteradas ocasiones, ha servido de guía eficaz en la investigación y descubrimiento científicos. Efectivamente, pues al definir formas teóricas de relaciones, puede sugerir, y de hecho así ha ocurrido, diversidad de estructuras físicas posibles operantes en la realidad física, las cuales sin su concurso, no hubieran sido todavía accesibles a su comprobación a través de los medios técnicos de la investigación. En concreto, muchas veces se procede desde los resultados de las formulaciones matemáticas al planteamiento y construcción técnica de los instrumentos tecnológicos necesarios para la identificación de aquellas estructuras físicas que sugirió el examen teórico de dichas formulaciones matemáticas. Tal fue el ya mencionado caso de las antipartículas, por ejemplo.

No obstante, hemos de responder aquí una posible objeción que pudiera hacerse a este planteamiento desarrollado, cuyo núcleo se podría plantear como sigue. En tanto en cuanto la Ciencia, desde sus orígenes históricos, se constituye metodológicamente a través de la Matemática como se expuso al principio, y aceptando en ella la categoría de relación como forma interna básica, es lógico que la concepción de la realidad derivada de aquella Ciencia matematizada deba venir afectada específicamente y de igual forma por el carácter relacional, pues lo contrario habría sido un contrasentido. De este modo, el nudo de la argumentación expuesta, esto es, el paralelismo de la estructura interna de lo matemático con la estructura interna de lo físico, no sería más que una necesidad de la misma matematización del conocimiento científico de la Naturaleza, sin poseer así la capacidad argumentativa que aquí se le ha asignado.

En realidad no es difícil responder a este posible cuestionamiento después de todo lo desarrollado. Pues uno de los caracteres primarios que se confiere al conocimiento científico, en cuanto conocimiento verdadero, es su intrínseca validez mostrada fehacientemente a lo largo de su historia, o sea, que el conocimiento científico responde a la verdad de su objeto, desde su ámbito propio y sus límites internos derivados de su metodología. De ahí nuestra constante insistencia en el conjunto de las páginas precedentes sobre la "verdad" científica, el conocer científico "válido", etc. Esto significa que el conocimiento científico en sus resultados, desde la perspectiva específica que adopta, responde a la estructura del objeto que estudia, y si tales resultados apuntan a la consideración de la realidad como sistema físico con la categoría de relación a su base, entonces todo ello a su vez deberá integrarse, desde la perspectiva filosófica, y entenderse como forma perteneciente a la misma estructura de la realidad física. Es decir, el paralelismo señalado entre lo matemático y lo real-físico no se funda únicamente en una opción metodológica precisa realizada en un momento histórico determinado — o sea, el de los orígenes de la Ciencia moderna —, sino en el hecho de la propia validez de los resultados y teorías científicas en cuanto conocimiento verdadero acerca del objeto que es propuesto a su estudio, esto es, el mundo físico.

Desde el punto de vista aquí expuesto se podría incluso examinar con un nueva perspectiva la polémica histórica acerca del origen del concepto matemático de número, el cual sería una de las formas posibles de abordar la cuestión general que hemos desarrollado. Simplificando convenientemente por razones de espacio, pueden señalarse dos posturas opuestas sobre este problema, las cuales además han aparecido como irreconciliables. La primera sería aquella que podría denominarse "empirista", por la que se asignaría un origen empírico, sea directo o indirecto, al concepto de número, lo que llevaría a justificar la aplicabilidad posterior de la Matemática en la Física merced a este carácter empírico fundacional. En efecto, si la Matemática deriva, en una u otra forma, de una inducción basada en la experiencia de lo real-físico, su aplicabilidad subsiguiente constituiría una lógica consecuencia de aquel origen empírico. Ahora bien, esta posición adolecería de una acentuada debilidad cuando se tratara de fundamentar el rigor y permanencia de las leyes de la Matemática, así como su universalidad general. Pues si el mundo de lo empírico es el reino de la dinamicidad y el devenir, difícilmente se podría justificar desde ahí esa rigurosidad interna de la Matemática y su exactitud y permanencia.

La segunda opción históricamente relevante es precisamente la que se consideraría como "apriorista-racionalista". Para ella la Matemática sería el paradigma de correcta utilización de las leyes puras del

pensamiento, y su origen —incluido el del concepto de número— no podría ser otro que las mismas estructuras de la razón, independientemente de cualquier referencia empírica hipotética. Al contrario que la posición anterior este racionalismo matemático podría fundamentar aquel rigor lógico de la matemática y su rigurosidad interna, pero encontraría graves problemas a la hora de justificar la aplicabilidad comprobada de lo matemático a lo real, ya que habría establecido una profunda separación entre ambos. Interesa, no obstante, recordar que es esta interpretación racionalista la que históricamente se ha abierto paso hasta el momento presente, como señalamos al comienzo de estas reflexiones¹⁷.

Ambas posturas ciertamente parecen opuestas y con muy pocas perspectivas de síntesis mutua, dada la inversión de sus bases de partida y también de sus resultados finales. Justamente la propuesta del paralelismo ontológico-epistemológico basado en la categoría de relación como fundamento, podría aportar una nueva forma de encuadrar esta cuestión. Efectivamente, pues por una parte se acepta el origen racionalista de la Matemática, como se indicó al comienzo, pero sin embargo se afirma que esto no es suficiente aisladamente considerado, ya que se soslaya el examen categorial de la misma razón matemática que concluye en el hallazgo de la categoría de relación como forma básica de la estructura interna del proceder matemático. Y es precisamente esta forma relacional la que implicaría la necesidad de un tránsito desde lo puramente matemático a lo físico, a fin de dotar de contenidos de verdad respecto de la realidad física a aquellas estructuras matemáticas. En efecto, pues los sistemas formales ya fueron caracterizados como formas "neutras" —en sentido amplio— respecto del conocimiento de lo real mismo, lo cual significaría ahora que solamente la Matemática no constituiría la verdad científica. Se hace precisa por tanto una recepción de contenidos derivados de lo empírico —ampliamente entendido— para la obtención de teorías físico-matemáticas que racionalicen el mundo físico y lo muestren como inteligible y accesible gnoseológicamente. Ahora bien, esta síntesis es posible, es decir, puede producirse una interconexión armónica entre ambos polos, debido justamente a que la categoría relacional se enraíza tanto en lo matemático —con su origen aceptado ya de vertiente racionalista y apriorista— como en lo real-físico mismo, sirviendo de esta forma como elemento mediador que admite y fundamenta la posibilidad de esa conexión armónica entre lo matemático y lo físico. O traducido en los términos de la polémica histórica apriorismo-empirismo en torno a la Matemática, la categoría de relación constituiría el instrumento de mediación significativa entre lo ideal-racional y lo empírico-real. De este modo, los puntos problemáticos de ambas posturas extremas quedarían asumidos y de alguna manera superados, dado que, por una parte se admitiría el origen de la Matemática apuntado por el apriorismo

justificándose así la rigurosidad interna del proceder matemático, y además por otra parte quedaría explicado por qué la Matemática se aplica a la investigación de las estructuras del mundo físico. La potencialidad cognoscitiva de la categoría relacional quedaría implicada en aquel paralelismo ontológico-epistemológico, y llegaría a ser así el instrumento de mediación necesario para justificar el "factum" de la aplicabilidad real de lo matemático a lo físico, todo ello sin anular las exigencias propias de cada uno de los dos polos presentes en el problema.

Es cierto que la Matemática **por sí sola** no proporciona el conocimiento científico de la Naturaleza, pues las formas posibles de relación que ella contiene tendrán que ser especificadas y determinadas hasta su límite por el recurso a la contrastación experimental, de ahí que ésta sea el otro polo específico que al comienzo, desde el punto de vista metodológico, se indicó del conocer científico. Pero, no solo se encuentra la justificación de la aplicabilidad de la Matemática a la investigación en un argumento a posteriori basado únicamente en su confrontación con lo experimental — ya sea directa o indirectamente —, sino que podría afirmarse que por su misma naturaleza interna el razonamiento matemático lleva consigo la génesis de su posible correspondencia con las estructuras de la realidad física.

Es de esta manera cómo pudiera entenderse ahora aquella afirmación de Frege acerca de esta cuestión de la aplicación de la Matemática a lo real: "Las leyes numéricas no son leyes de la Naturaleza, sino leyes de las leyes de la Naturaleza"¹⁸. Efectivamente, pues un sistema formal matemático por sí mismo no es ya una ley física, pero sí es un paradigma general en el que se podrá hallar y se posibilitará la formulación determinada y definida de una ley de la Naturaleza.

CITAS:

(1) GALILEO: *Opere*, vol. VI, p. 232. A cura di A. Favaro, A. Garbasso, G. Abetti, Firenze, Barbera, 1929-39.

(2) Cfr. DESCARTES, R.: *Oeuvres*, vol. II, p. 268. Ed. Adam-Tannery. Paris, CERF, 1897-1913.

(3) Sobre este último punto véase: KAUFFMANN, W. J. (ed.): *Particles and Fields*. San Francisco, Freeman, 1980. MARTIN, F.: *La cromodinámica cuántica*. Mundo Científico (La Recherche), vol. I, nº 6 (1981), p. 608ss.

(4) "Numbers are free creation of the human mind". En DEDEKIND, R.: *The Nature and Meaning of Numbers*, incluido en *Essays on the Theory of Numbers*. New York, Dover, 1963, p. 31.

(5) CANTOR, G.: *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre*. Incluido en *Das Problem des Unendlichen*, hrsg. von H. Meschkowski, München, DTV, 1974, p. 32.

(6) Vid. HILBERT, D.: *Axiomatisches Denken*. Mathematische Annalen, 78, Neudruck, 1918. En *Hilbertiana*, Darmstadt, 1965.

(7) Cfr. POINCARÉ, H.: *La Science et l'Hypothèse*. Paris, 1902. Trad. esp. *La Ciencia y la hipótesis*. Madrid, Espasa-Calpe, 1963 (3ra. ed.), p. 57.

- (8) "The essential feature of Mathematics is not number but the idea of coordination". BORN, M.: **Natural Philosophy of Cause and Chance**. New York, Dover, 1964, p. 226.
- (9) "Die physikalischen Gesetze bilden... ein natürliches System". HÖNIGSWALD, R.: **Grundprobleme der Wissenschaftslehre**. Bonn, H. Bouvier Ver., 1965, p. 93.
- (10) BUNGE, M.: **Treatise on Basic Philosophy**, vol. III, **Ontology (I). The Furniture of the World**. Vol. IV, **Ontology (II). A World of Systems**. Dordrecht-Boston, D. Reidel, 1977-79.
- (11) Vid. JASSELETTE, P.: **La non-separabilité et la notion de système en Physique**. Epistemology, An Italian Journal for Philosophy of Sciences, vol. III, n° 1 (1980), pp. 3-12.
- (12) NEUMANN, J. von: **Mathematische Grundlagen der QuantenMechanik**. Berlin, Springer, 1932. Trad. esp. **Fundamentos matemáticos de la Mecánica Cuántica**. Madrid, C.S.I.C., 1949.
- (13) BROGLIE, L. de: **Physique et Microphysique**. Paris, Albin Michel, 1947, pp. 75-76.
- (14) DIRAC, P. A. M.: **The Principles of Quantum Mechanics**. Oxford, Clarendon Press, 1958 (4th ed.). Trad. esp. **Principios de Mecánica Cuántica**. Barcelona, Ariel, 1967. Especialmente cap. I.
- (15) Véase, entre otras, LASZLO, E.: **Introduction to Systems Philosophy**. New York, Gordon and Breach, 1981. **Le Systémisme**. Paris, Pergamon, 1981. **Hacia una Filosofía de Sistemas**. Valencia, Teorema, 1981. LASZLO, E. (ed.): **The World System**. New York, Braziller, 1973.
- (16) OLIVER, H. H.: **A Relational Metaphysics**. The Hague-Boston, Martinus Nijhoff, 1981.
- (17) Véase una clásica exposición al respecto en la obra de G. FREGE: **Grundlagen der Arithmetik**. Hildesheim, G. Olms, 1961 (reed.). Especialmente caps. I y II.
- (18) "Die Zahlgesetze... sind nicht Naturgesetze, sie sind Gesetze der Naturgesetze". FREGE, G., o.c., parágrafo 87, p. 99.